Ⅳ 삼각비

산의 높이를 측정하려면

직각삼각형에서 두 변의 길이의 비를 삼각비라고 하는데, 옛날부터 여러 문명권에서 토지를 측량하고 천체를 관측하기 위한 방법으로 삼각비를 연구했다고 합니다.

그 결과 땅 위에 있는 두 지점 사이의 거리를 재고, 산꼭대기와 각 지점 사이의 각도를 잰 다음 삼각비를 이용하여 산의 높이를 측정할 수 있게 되었습니다.

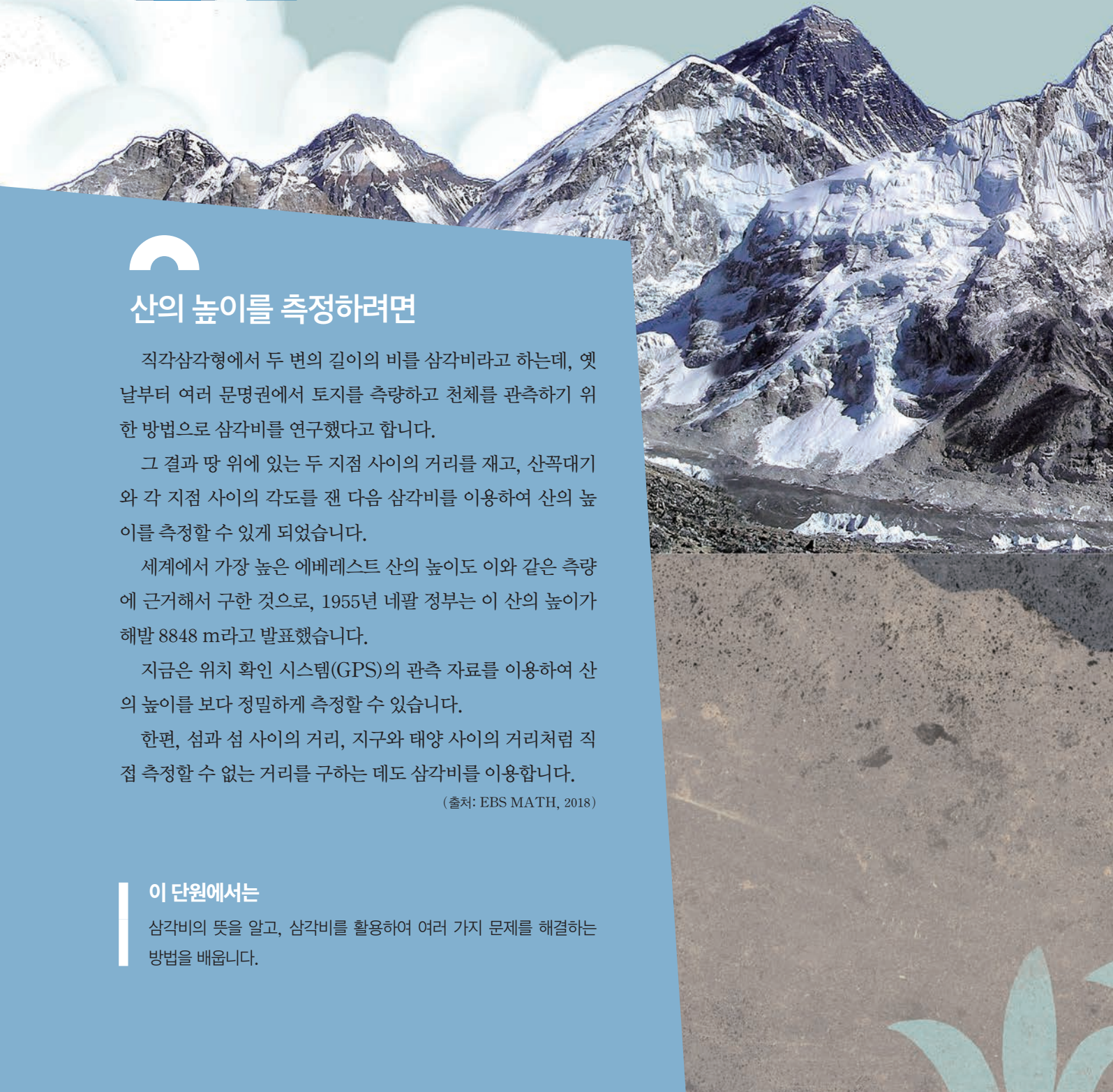
세계에서 가장 높은 에베레스트 산의 높이도 이와 같은 측량에 근거해서 구한 것으로, 1955년 네팔 정부는 이 산의 높이가 해발 8848 m라고 발표했습니다.

지금은 위치 확인 시스템(GPS)의 관측 자료를 이용하여 산의 높이를 보다 정밀하게 측정할 수 있습니다.

한편, 섬과 섬 사이의 거리, 지구와 태양 사이의 거리처럼 직접 측정할 수 없는 거리를 구하는 데도 삼각비를 이용합니다.

(출처: EBS MATH, 2018)

이 단원에서는

삼각비의 뜻을 알고, 삼각비를 활용하여 여러 가지 문제를 해결하는 방법을 배웁니다.

1 삼각비

우리나라에는 자동차가 낮은 쪽에서 높은 쪽으로 거슬러 올라가는 듯 착각하게 만드는 '도깨비 도로'가 여러 곳에 있습니다. 이러한 도로들은 오르막길처럼 보이지만 도로의 경사도를 확인해 보면 실제로는 내리막길인 것을 알 수 있습니다.

여기서 경사도는 수평 거리에 대한 수직 거리의 비율을 말합니다.

예를 들어 오른쪽 교통 표지판에서 도로의 경사도 10 %는

$$\frac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}\times 100=10\ (\%)$$

라는 뜻으로, 경사도를 직각삼각형에서 밑변의 길이에 대한 높이의 비율로 나타내고 있습니다. 즉, 오르막 경사도 10 %는 수평으로 100 m 진행할 때 수직으로 10 m 높이만큼 올라간다는 뜻이며, 이때 오르막 각도는 약 5.7° 정도가 됩니다.

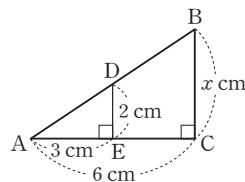
▲ 오르막 경사 표지판

이 단원에서는 직각삼각형에서 한 예각에 대한 변의 길이의 비인 삼각비에 대하여 알아봅니다.

• 도형의 닮음

1 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$일 때, 다음을 구하시오.

(1) $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 닮음비

(2) x의 값

• 피타고라스 정리

2 다음 직각삼각형에서 x의 값을 구하시오.

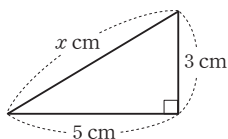
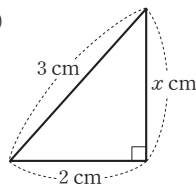
(1)

(2)

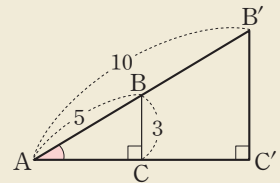
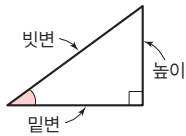
삼각비

학습 목표 • 삼각비의 뜻을 알 수 있다.

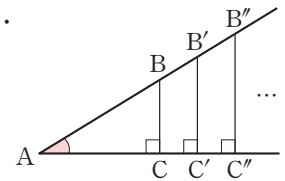
삼각비란 무엇인가?

빗변 / 높이 / 밑변

오른쪽 두 삼각형 ABC와 AB′C′은 ∠A가 공통인 직각삼각형이다.

1. $\overline{B'C'}$의 길이를 구해 보자.

2. △ABC와 △AB′C′에서 $\dfrac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$의 값을 각각 구하고, 그 결과를 비교해 보자.

▸ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 서로 닮은 도형이다.

오른쪽 그림에서 직각삼각형 ABC, AB′C′, AB″C″, ⋯은 ∠A가 공통이므로 모두 닮은 도형이다.

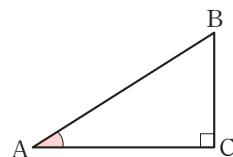
닮은 도형에서 대응변의 길이의 비는 일정하므로 다음이 성립한다.

$$\frac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})} \quad \frac{BC}{AB}=\frac{B'C'}{AB'}=\frac{B''C''}{AB''}=\cdots$$

$$\frac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})} \quad \frac{AC}{AB}=\frac{AC'}{AB'}=\frac{AC''}{AB''}=\cdots$$

$$\frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})} \quad \frac{BC}{AC}=\frac{B'C'}{AC'}=\frac{B''C''}{AC''}=\cdots$$

일반적으로 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠A의 크기가 정해지면 직각삼각형의 크기에 관계없이 두 변의 길이의 비

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}},\ \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}},\ \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$

의 값은 항상 일정하다.

이때 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$를 ∠A의 **사인**이라 하고, 이것을 기호로

sin *A*

와 같이 나타낸다.

▸삼각비를 나타낼 때는 ∠A의 크기를 보통 A로 나타낸다.

또 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$를 ∠A의 **코사인**이라 하고, 이것을 기호로

cos *A*

와 같이 나타낸다.

그리고 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$를 ∠A의 **탄젠트**라 하고, 이것을 기호로

tan *A*

와 같이 나타낸다.

위의 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$를 통틀어 ∠A의 **삼각비**라고 한다.

▸sin, cos, tan는 각각 sine, cosine, tangent를 줄여서 쓴 것이다.

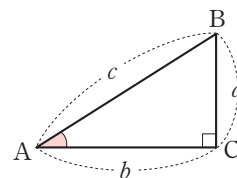
이상을 정리하면 다음과 같다.

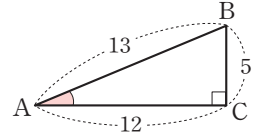
삼각비

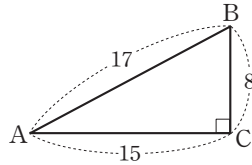
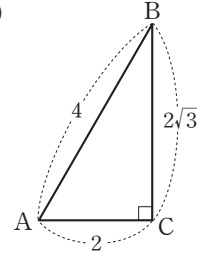
∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B, ∠C의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 할 때,

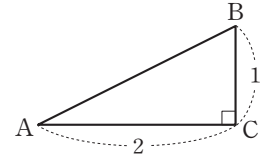
$$\sin A=\frac{a}{c}$$

$$\cos A=\frac{b}{c}$$

$$\tan A=\frac{a}{b}$$

보기 오른쪽 직각삼각형 ABC에서 ∠A의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$$\sin A=\frac{5}{13},\ \cos A=\frac{12}{13},\ \tan A=\frac{5}{12}$$

문제 1 다음 직각삼각형 ABC에서 ∠A와 ∠B의 삼각비의 값을 각각 구하시오.

(1)

(2)

다음을 통하여 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때, 한 예각의 삼각비의 값을 구하는 방법을 알아보자.

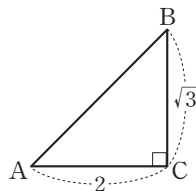
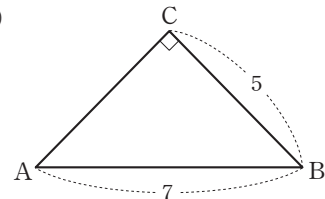
오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=2$, $\overline{BC}=1$일 때, ∠A의 삼각비의 값을 구하려고 한다.

1 $\overline{AB}$의 길이를 구해 보자.

2 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$의 값을 각각 구해 보자.

① $\sin A=$ ☐　② $\cos A=$ ☐　③ $\tan A=$ ☐

위의 함께하기에서 알 수 있듯이 직각삼각형의 두 변의 길이를 알면 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있으므로, 예각의 삼각비의 값을 구할 수 있다.

문제 2 다음 직각삼각형 ABC에서 ∠A의 삼각비의 값을 구하시오.

(1)

(2)

한 예각의 삼각비 중에서 하나의 값을 알면 나머지 삼각비의 값도 구할 수 있다.

예제 1

$\sin A=\frac{1}{3}$일 때, $\cos A$와 $\tan A$의 값을 각각 구하시오.

생각 톡톡
$\sin A=\frac{1}{3}$인 직각삼각형 ABC는 하나뿐일까?

풀이 $\sin A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이

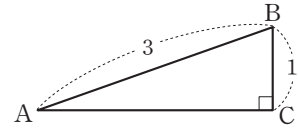
$\angle C=90^\circ$, $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=1$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

이때 피타고라스 정리에 의하여

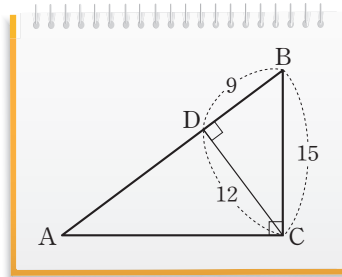
$$\overline{AC}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

이므로

$$\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3},\quad \tan A=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

답 $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{\sqrt{2}}{4}$

문제 3 $\cos A=\frac{3}{4}$일 때, $\sin A$와 $\tan A$의 값을 각각 구하시오.

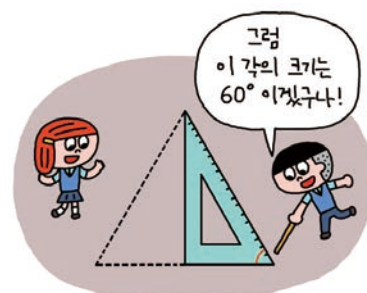
문제 해결 의사소통

다음은 주희와 지훈이가 주어진 직각삼각형 ABC에서 ∠A의 삼각비의 값을 구하는 방법에 대해 나눈 대화이다.

▶ 두 학생이 제시한 방법으로 ∠A의 삼각비의 값을 각각 구하고, 그 방법을 설명해 보자.

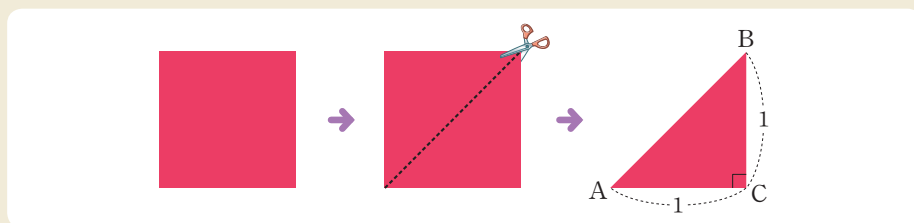
삼각비의 값

학습 목표 • 삼각비의 값을 구할 수 있다.

다가서기

▶ 직각삼각형인 동시에 이등변삼각형인 삼각형을 직각이등변삼각형이라고 한다.

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값은 얼마인가?

생각 열기

다음은 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 색종이를 한 대각선을 따라 잘라 내어 직각이등변삼각형 ABC를 만드는 과정이다.

1. △ABC의 세 내각의 크기를 각각 말해 보자.

2. $\overline{AB}$의 길이를 구해 보자.

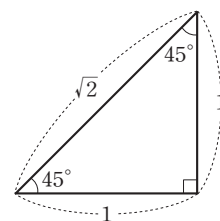
오른쪽 그림과 같이 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 1인 직각이등변삼각형에서 피타고라스 정리에 의하여

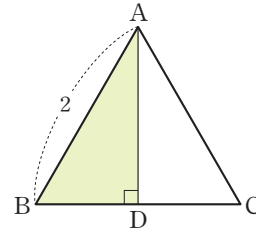
$$(\text{빗변의 길이})=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$$

이다. 따라서 45°의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$$\sin 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ=\frac{1}{1}=1$$

다음을 통하여 30°와 60°의 삼각비의 값을 각각 구해 보자.

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 밑변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하자.

1 ∠ABD와 ∠BAD의 크기를 각각 말해 보자.

2 $\overline{BD}$와 $\overline{AD}$의 길이를 각각 구해 보자.

3 △ABD에서 30°와 60°의 삼각비의 값을 각각 구해 보자.

① $\sin 30^\circ=$ ☐ ② $\sin 60^\circ=$ ☐

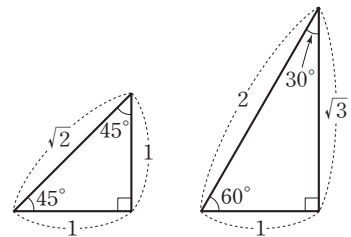
$\cos 30^\circ=$ ☐ $\cos 60^\circ=$ ☐

$\tan 30^\circ=$ ☐ $\tan 60^\circ=$ ☐

위의 함께하기에서 알 수 있듯이 정삼각형을 이등분한 직각삼각형을 이용하면 30°와 60°의 삼각비의 값을 구할 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

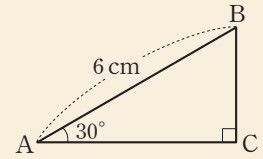
삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

생각 톡톡
오른쪽 표에서 $\sin A=\cos A$인 ∠A는 몇 도일까?

문제 1 다음을 계산하시오.

(1) $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ$ (2) $\tan 60^\circ-\cos 30^\circ$

(3) $\sin 60^\circ\times\tan 30^\circ$ (4) $\sin 45^\circ\div\cos 45^\circ$

예제 1

오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\angle A=30°$, $\overline{AB}=6$ cm일 때, $\overline{AC}$와 $\overline{BC}$의 길이를 각각 구하시오.

풀이 $\cos 30° = \dfrac{\overline{AC}}{6}$이므로

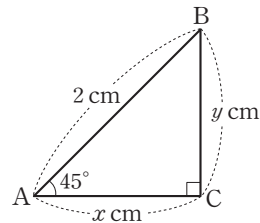
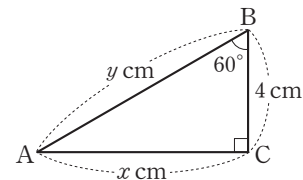
$$\overline{AC} = 6\cos 30° = 6\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

$\sin 30° = \dfrac{\overline{BC}}{6}$이므로

$$\overline{BC} = 6\sin 30° = 6\times\frac{1}{2} = 3\ (\text{cm})$$

답 $\overline{AC}=3\sqrt{3}$ cm, $\overline{BC}=3$ cm

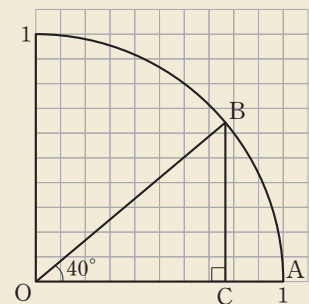
문제 2 다음 직각삼각형 ABC에서 x와 y의 값을 각각 구하시오.

(1)

(2)

예각의 삼각비의 값은 어떻게 구하는가?

오른쪽 그림은 모눈종이 위에 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 사분원을 그린 것이다. $\angle BOA=40°$가 되도록 사분원 위에 두 점 A와 B를 잡고, 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 C라고 하자.

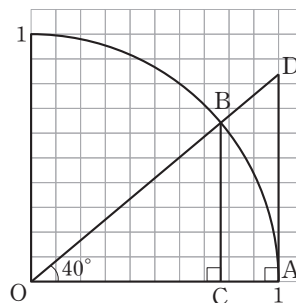
1. $\overline{OB}$의 길이를 말해 보자.

2. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어 보자.

(1) $\sin 40° = \dfrac{\square}{\overline{OB}} = \square$　　(2) $\cos 40° = \dfrac{\square}{\overline{OB}} = \square$

앞의 생각 열기에서 반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하면 예각의 삼각비의 값을 선분의 길이로 나타낼 수 있음을 알 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 사분원에서 $\overline{OB}=1$이므로 직각삼각형 OBC에서

$$\sin 40^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC},$$

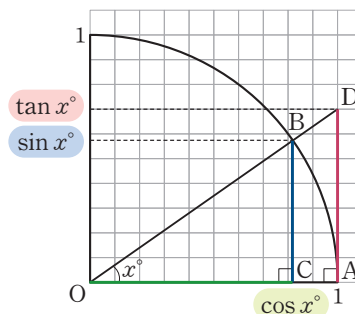
$$\cos 40^\circ=\frac{\overline{OC}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{OC}}{1}=\overline{OC}$$

이다. 또 점 A에서 사분원에 접선을 그어 선분 OB의 연장선과 만나는 점을 D라고 하면 $\overline{OA}=1$이므로 직각삼각형 ODA에서 다음을 알 수 있다.

$$\tan 40^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AD}}{1}=\overline{AD}$$

일반적으로 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에서 $\angle BOA=x^\circ$일 때, x°의 삼각비의 값은 다음과 같다.

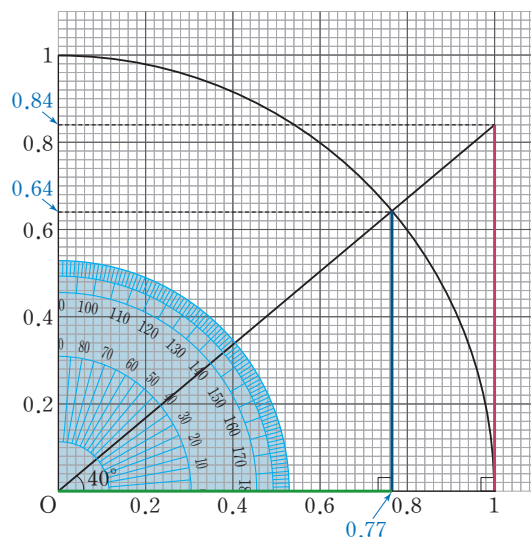
$$\sin x^\circ=\overline{BC}$$

$$\cos x^\circ=\overline{OC}$$

$$\tan x^\circ=\overline{AD}$$

예를 들어 오른쪽 그림에서 40°의 삼각비의 값을 반올림하여 소수점 아래 둘째 자리까지 구하면 다음과 같다.

$$\sin 40^\circ=0.64$$

$$\cos 40^\circ=0.77$$

$$\tan 40^\circ=0.84$$

● 0°와 90°의 삼각비의 값은 얼마인가?

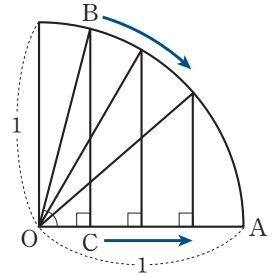
0°와 90°의 삼각비의 값을 알아보자.

▸ $\sin(\angle BOA)=\overline{BC}$

▸ $\cos(\angle BOA)=\overline{OC}$

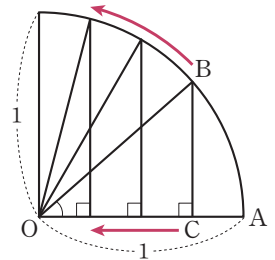
[그림 1]에서 $\angle BOA$의 크기가 $0°$에 가까워지면, $\overline{BC}$의 길이는 0에 가까워지고 $\overline{OC}$의 길이는 1에 가까워진다.

따라서 $\sin 0°$의 값과 $\cos 0°$의 값을 각각 다음과 같이 정한다.

$$\sin 0°=0,\ \cos 0°=1$$

[그림 1]

또 [그림 2]에서 $\angle BOA$의 크기가 $90°$에 가까워지면, $\overline{BC}$의 길이는 1에 가까워지고 $\overline{OC}$의 길이는 0에 가까워진다.

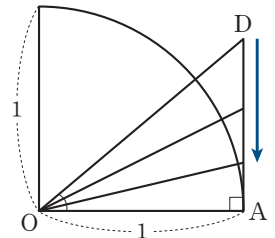
따라서 $\sin 90°$의 값과 $\cos 90°$의 값을 각각 다음과 같이 정한다.

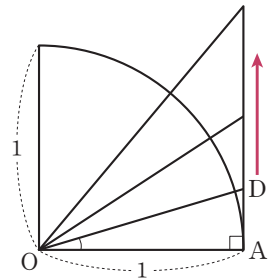
$$\sin 90°=1,\ \cos 90°=0$$

[그림 2]

▸ $\tan(\angle DOA)=\overline{AD}$

한편, [그림 3]에서 $\angle DOA$의 크기가 $0°$에 가까워지면, $\overline{AD}$의 길이도 0에 가까워진다.

따라서 $\tan 0°$의 값을 다음과 같이 정한다.

$$\tan 0°=0$$

[그림 3]

그런데 [그림 4]에서 $\angle DOA$의 크기가 $90°$에 가까워지면, $\overline{AD}$의 길이는 한없이 커지므로 $\tan 90°$의 값은 정할 수 없다.

[그림 4]

문제 3 다음을 계산하시오.

(1) $\sin 0°+\cos 90°$　　(2) $\sin 90°\times\cos 0°-\tan 0°$

0°에서 90°까지의 각에 대한 삼각비의 값은 삼각비의 표를 이용하여 구할 수 있다.

▸이 책의 278쪽에 삼각비의 표가 실려 있다.

삼각비의 표는 삼각비의 값을 반올림하여 소수점 아래 넷째 자리까지 나타낸 것이다.

예를 들어 $\sin 58°$의 값은 삼각비의 표에서 58°의 가로줄과 사인(sin)의 세로줄이 만나는 곳의 수를 읽으면 된다. 즉,

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
⋮	⋮	⋮	⋮
57°	0.8387	0.5446	1.5399
58°	0.8480	0.5299	1.6003
59°	0.8572	0.5150	1.6643
⋮	⋮	⋮	⋮

$$\sin 58° = 0.8480$$

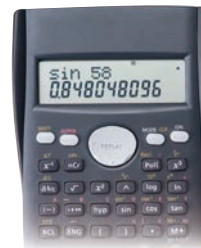
▸삼각비의 표에 있는 값은 어림값이지만, 이 표를 이용하여 삼각비의 값을 나타낼 때는 보통 등호 = 를 쓴다.

이다. 같은 방법으로

$$\cos 58° = 0.5299$$

$$\tan 58° = 1.6003$$

이다.

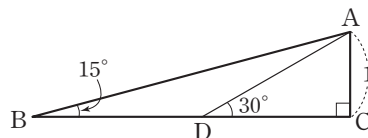
참고 공학용 계산기에는 삼각비의 값을 계산하는 기능이 있어서 삼각비의 표를 이용하지 않아도 삼각비의 값을 구할 수 있다.

문제 4 삼각비의 표를 이용하여 x의 값을 구하시오.

(1) $\sin 20° = x$ (2) $\cos 63° = x$

(3) $\sin x° = 0.7431$ (4) $\tan x° = 1.4826$

오른쪽 그림과 같이 ∠C=90°인 두 직각삼각형을 이용하면 $\tan 15°$의 값을 구할 수 있다.

1 $\tan 15°$의 값을 구하는 방법을 설명하고, 그 값을 구해 보자.

2 삼각비의 표와 계산기를 이용하여 $\tan 15°$의 값을 각각 구하고, 1의 결과와 비교해 보자.

컴퓨터로 삼각비의 값의 변화 알아보기

알지오매스를 이용하여 각의 크기에 따라 삼각비의 값이 어떻게 변하는지 관찰해 보자.

❶ **호**를 클릭하고 (0, 0), (1, 0), (0, 1)에 점을 찍어 중심이 점 A(0, 0)이고 반지름의 길이가 1인 사분원을 그린다.

❷ **대상 위의 점**을 클릭하여 ❶에서 그린 사분원 위에 한 점 B를 잡는다.

❸ **수직선**을 이용하여 점 B에서 x축에 내린 수선을 나타낸다. 이때 **교점**을 이용하여 점 B에서 x축에 내린 수선의 발 C를 잡는다.

❹ **다각형**을 이용하여 $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC를 그린다.

❺ **각도**를 클릭하고 세 점 C, A, B를 차례로 클릭하면 $\angle A$의 크기가 나타난다. 또 **길이**를 클릭하고 두 점 B와 C를 차례로 클릭하면 선분 BC의 길이가 나타난다.

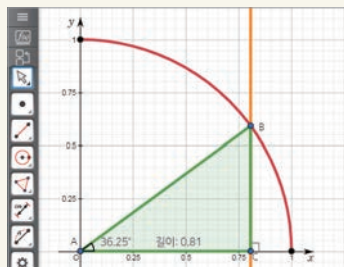
이때 $\sin A=\overline{BC}$이므로 점 B를 움직이면 $\angle A$의 크기에 따라 $\sin A$의 값의 변화를 관찰할 수 있다.

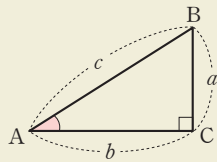
탐구 1 점 B가 x축에 가까워질 때와 y축에 가까워질 때, $\angle A$의 크기에 따라 $\sin A$의 값이 어떻게 변하는지 확인해 보자.

탐구 2 알지오매스를 이용하여 다음 그림과 같이 두 선분 AC와 DE의 길이를 각각 측정하고, $\angle A$의 크기에 따라 $\cos A$의 값과 $\tan A$의 값이 어떻게 변하는지 알아보자.

[$\overline{AC}$의 길이]

[$\overline{DE}$의 길이]

스스로 확인하는 문제

1 삼각비

$\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 할 때,

$\sin A=\frac{a}{c}$

$\cos A=\frac{b}{c}$

$\tan A=\frac{a}{b}$

➡ $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$를 통틀어 $\angle A$의 삼각비라고 한다.

2 삼각비의 값

(1) 0°, 30°, 45°, 60°, 90°의 삼각비의 값

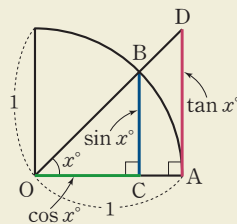
삼각비 \ A	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

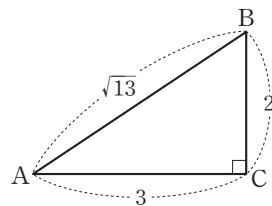
(2) 예각의 삼각비의 값

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에서

$\sin x°=\overline{BC}$

$\cos x°=\overline{OC}$

$\tan x°=\overline{AD}$

기본 문제

01 오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$와 $\angle B$의 삼각비의 값을 각각 구하시오.

02 다음을 계산하시오.

(1) $\sin 60°+\tan 30°$

(2) $\tan 45°\times\cos 60°$

(3) $\sin 45°\div\cos 30°$

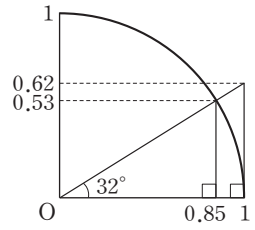
(4) $\cos 90°-\tan 0°+\sin 90°\times\cos 0°$

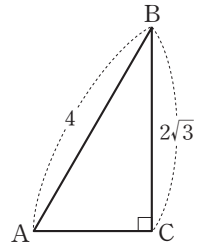
03 삼각비의 표를 이용하여 x의 값을 구하시오.

(1) $\sin 53°=x$

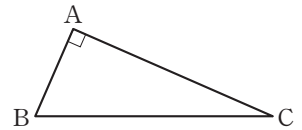
(2) $\tan x°=1.3764$

04 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에서 다음 삼각비의 값을 구하시오.

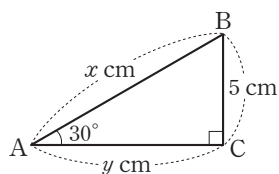
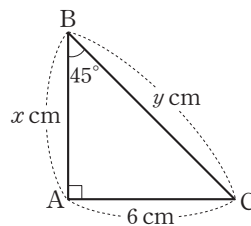
(1) $\sin 32^\circ$　　(2) $\cos 32^\circ$　　(3) $\tan 32^\circ$

표준 문제

05 오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\cos A \times \tan B$의 값을 구하시오.

06 오른쪽 직각삼각형 ABC에서

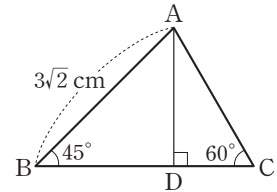
$$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 5$$

일 때, $\sin B$의 값을 구하시오.

07 $\tan A = \frac{1}{3}$일 때, $\sin A$와 $\cos A$의 값을 각각 구하시오.

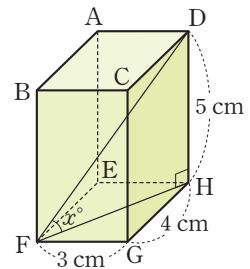
08 다음 직각삼각형에서 x와 y의 값을 각각 구하시오.

(1)

(2)

09 세 내각의 크기의 비가 3 : 7 : 8인 삼각형의 가장 작은 내각의 크기를 A라고 할 때, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$의 값을 각각 구하시오.

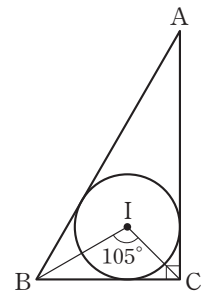
10 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $\overline{\text{BD}}$의 길이　　　(2) $\overline{\text{AC}}$의 길이

발전 문제

11 오른쪽 직육면체에서 $\angle \text{DFH}=x°$일 때, $\cos x°$의 값을 구하시오.

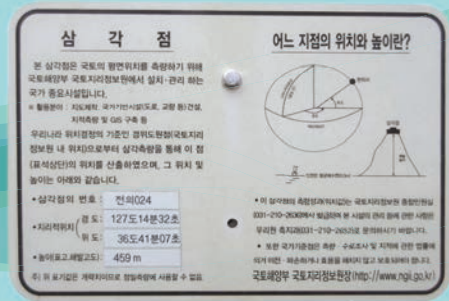
12 문제 해결

오른쪽 직각삼각형 ABC에서 점 I는 내심이고 $\angle \text{BIC}=105°$일 때, 다음에 답하시오.

(1) ∠A와 ∠B의 크기를 각각 구하시오.

(2) $\sin A-\cos A\times\tan B$의 값을 구하시오.

2 삼각비의 활용

삼각점은 국토교통부 국토지리정보원에서 설치하고 관리하는 국가의 중요 시설로서 국토의 평면 위치를 측량할 때 이용되는 삼각형의 꼭짓점을 말하며, 약 2.5 km~20 km 간격으로 전국에 16412개가 설치되어 있다고 합니다.

삼각점은 토지의 경계나 넓이 등의 계산에 필요한 정확한 위치를 결정하거나, 각종 시설물의 설계와 시공을 할 때, 관련된 기준을 제공하는 공공 측량의 기준점으로 사용됩니다.

▲ 대모산 삼각점

▲ 삼각점 설명판

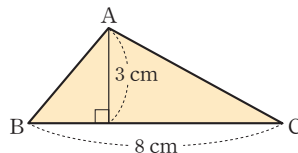
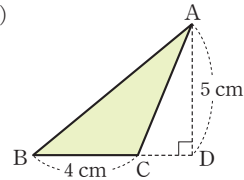
두 삼각점 사이의 거리를 알면 나머지 삼각점을 바라보는 각도를 측정하여 그 점까지의 거리를 구할 수 있습니다. 이러한 삼각형의 성질을 응용한 측량법을 '삼각 측량'이라고 합니다.

최근에는 삼각비의 원리를 바탕으로 인공위성을 이용한 GPS(Global Positioning System) 측량 방법을 많이 사용한다고 합니다. (출처: 국토지리정보원, 2018)

이 단원에서는 삼각비를 활용하여 높이나 거리, 넓이를 구하는 방법에 대하여 알아봅니다.

• 삼각형의 넓이

1 다음 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

(1)

(2)

• 삼각비의 표

2 삼각비의 표를 이용하여 다음 삼각비의 값을 구하시오.

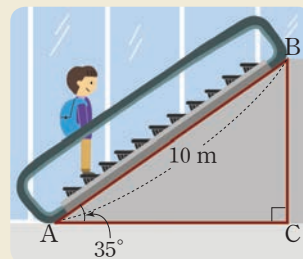
(1) $\sin 23°$　　(2) $\cos 55°$　　(3) $\tan 12°$

01 길이 구하기

학습 목표 • 삼각비를 활용하여 길이를 구하는 문제를 해결할 수 있다.

삼각비를 활용하여 길이를 어떻게 구하는가?

오른쪽 그림과 같이 길이가 10 m이고 경사각이 35°인 에스컬레이터를 설치하려고 한다.

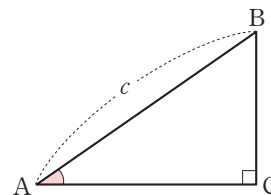
▶ $\overline{BC}$의 길이를 삼각비를 이용한 식으로 나타내 보자.

위의 생각 열기의 직각삼각형 ABC에서

$$\sin 35° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{10} \text{이므로} \qquad \overline{BC} = 10\sin 35°\ (\text{m})$$

임을 알 수 있다.

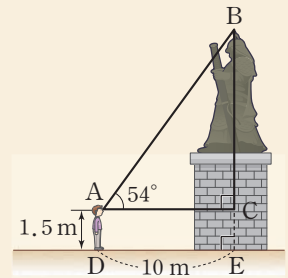
오른쪽 직각삼각형 ABC에서 ∠A의 크기와 c의 값을 알 때

$$\sin A = \frac{\overline{BC}}{c} \text{이므로} \qquad \overline{BC} = c\sin A$$

$$\cos A = \frac{\overline{AC}}{c} \text{이므로} \qquad \overline{AC} = c\cos A$$

이다. 이와 같이 직각삼각형에서 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

삼각비를 이용하면 직접 측정하기 어려운 거리나 높이 등을 구할 수 있다.

예제 1

민재가 이순신 장군 동상의 아랫부분 E 지점으로부터 10 m 떨어진 D 지점에서 동상의 꼭대기 B 지점을 올려본각의 크기가 $54°$이다. 민재의 눈높이가 1.5 m일 때, 지면으로부터 동상의 꼭대기까지의 높이는 몇 m인지 반올림하여 소수점 아래 첫째 자리까지 구하시오.

풀이 직각삼각형 ABC에서

$$\tan 54° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{10}$$

이고, $\tan 54° = 1.3764$이므로

$$\overline{BC} = 10 \times \tan 54° = 10 \times 1.3764 = 13.764 \text{ (m)}$$

이때 민재의 눈높이가 1.5 m이므로

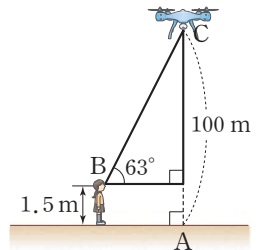
$$\overline{BE} = 1.5 + 13.764 = 15.264 \text{ (m)}$$

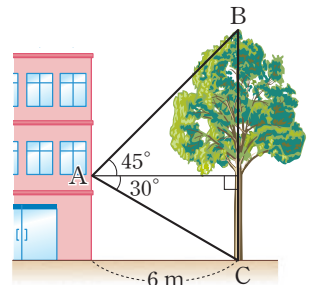
따라서 지면으로부터 동상의 꼭대기까지의 높이를 반올림하여 소수점 아래 첫째 자리까지 구하면 15.3 m이다.

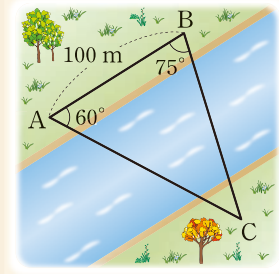
▸ 삼각비의 값은 삼각비의 표나 계산기를 이용한다.

답 15.3 m

문제 1

현진이가 A 지점에 있는 드론을 수직 방향으로 100 m 높이까지 띄웠더니 드론의 C 지점을 올려본각의 크기가 $63°$이었다고 한다. 현진이의 눈높이가 1.5 m일 때, 현진이의 눈으로부터 드론의 C 지점까지의 거리는 몇 m인지 반올림하여 소수점 아래 첫째 자리까지 구하시오.

문제 2

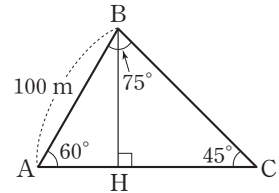
오른쪽 그림과 같이 건물에서 6 m 떨어진 위치에 나무가 있다. 건물의 A 지점에서 이 나무의 꼭대기 B 지점을 올려본각의 크기는 $45°$이고, 나무의 밑 C 지점을 내려본각의 크기는 $30°$일 때, 나무의 높이를 구하시오.

예제 2

오른쪽 그림은 두 지점 A와 C 사이의 거리를 구하기 위하여 거리와 각을 측정하여 나타낸 것이다.
$\overline{AB}=100$ m, $\angle BAC=60^\circ$, $\angle ABC=75^\circ$일 때, 두 지점 A와 C 사이의 거리를 구하시오.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 H라고 하자. 직각삼각형 BAH에서

$$\overline{AH}=100\times\cos 60^\circ=100\times\frac{1}{2}=50\ (\text{m})$$

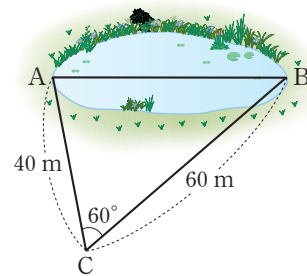
$$\overline{BH}=100\times\sin 60^\circ=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}\ (\text{m})$$

한편, 직각삼각형 CBH에서 $\overline{CH}=\overline{BH}=50\sqrt{3}$ (m)이므로
두 지점 A와 C 사이의 거리는

$$\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=50+50\sqrt{3}=50(1+\sqrt{3})\ (\text{m})$$

답 $50(1+\sqrt{3})$ m

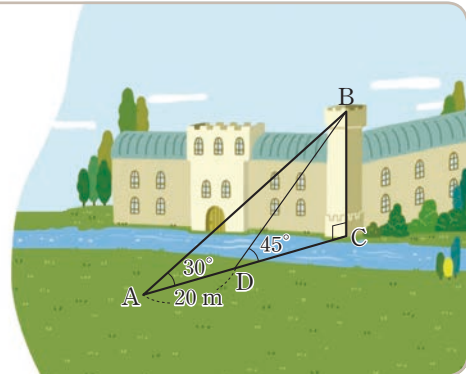
문제 3

오른쪽 그림은 호수의 두 지점 A와 B 사이의 거리를 구하기 위하여 호수 주변의 C 지점을 정하고 거리와 각을 측정하여 나타낸 것이다. $\overline{AC}=40$ m, $\overline{BC}=60$ m, $\angle ACB=60^\circ$일 때, 두 지점 A와 B 사이의 거리를 구하시오.

생각이 크는 수학

문제 해결 창의・융합

오른쪽 그림과 같이 성 밖의 A 지점에서 성벽의 꼭대기 B 지점을 올려본각의 크기가 30°이고, 성 쪽으로 20 m 다가간 D 지점에서 B 지점을 올려본각의 크기가 45°이었다.

▶ 삼각비를 이용하여 이 성벽의 높이를 구해 보자.

의사소통 태도 및 실천

우리 학교 건물의 높이를 구해 보자!

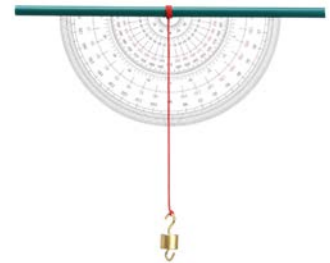
고층 건물이나 탑 등과 같이 직접 재기 힘든 건축물의 높이는 건축물 꼭대기까지 올려본각의 크기를 측정한 다음 삼각비를 이용하여 구할 수 있다. 이때 각의 크기는 경사계(傾斜計, clinometer)를 사용하여 측정할 수 있다.

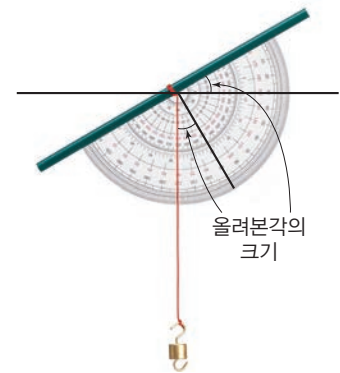
1 경사계 만들기

[준비물] 각도기, 빨대, 실, 추, 접착테이프

① 실의 한쪽 끝을 빨대의 중앙에 묶는다.

② ①에서 실을 묶은 부분이 각도기의 중심에 오도록 빨대를 각도기에 접착테이프로 고정한다.

③ 실의 다른 한쪽 끝에 추를 매단다. 이때 추는 중력에 의하여 자유롭게 움직일 수 있게 한다.

2 경사계 사용 방법

두 사람이 한 조가 되어, 한 사람은 경사계의 빨대 구멍을 통하여 각도를 재려고 하는 지점을 쳐다보고, 다른 사람은 각도기에서 실이 가리키는 각의 크기를 읽는다. 이렇게 하면 오른쪽 그림과 같이 올려본각의 크기를 측정할 수 있다.

활동 우리 학교에서 높이를 측정하고 싶은 건축물 두 곳을 정하고, 경사계를 사용하여 그 건축물을 올려본각의 크기를 측정하여 높이를 계산해 보자.

건축물의 명칭	측정자의 눈높이	건축물을 올려본각의 크기	측정자와 건축물 사이의 거리	건축물의 높이

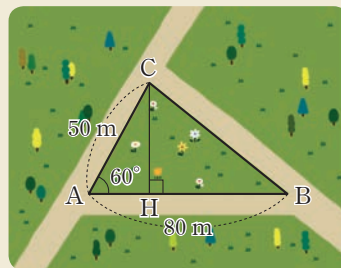
넓이 구하기

학습 목표 • 삼각비를 활용하여 넓이를 구하는 문제를 해결할 수 있다.

삼각비를 활용하여 넓이를 어떻게 구하는가?

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=50\text{ m}$, $\overline{AB}=80\text{ m}$, $\angle A=60^\circ$인 삼각형 모양의 화단이 있다. 점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라고 하자.

1. $\overline{CH}$의 길이를 구해 보자.

2. 1을 이용하여 △ABC의 넓이를 구해 보자.

위의 생각 열기의 직각삼각형 CAH에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}$이므로

$$\overline{CH}=\overline{AC}\times\sin 60^\circ=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}\ (\text{m})$$

이다. 따라서 △ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CH}=\frac{1}{2}\times 80\times 25\sqrt{3}=1000\sqrt{3}\ (\text{m}^2)$$

이다.

이와 같이 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알면, 삼각비를 이용하여 그 삼각형의 넓이를 구할 수 있다. 이때 △ABC에서 끼인각 ∠A가 예각인 경우와 둔각인 경우에 대하여 알아보자.

❶ $\angle$A가 예각인 경우

오른쪽 그림과 같이 $\angle$A가 예각인 $\triangle$ABC의 꼭짓점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{\mathrm{CH}}=h$라고 하자.

직각삼각형 CAH에서 $\sin A=\dfrac{h}{b}$이므로

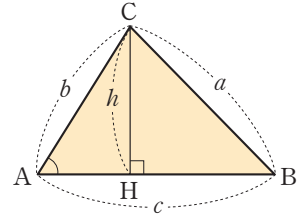
$$h=b\sin A$$

이다. 따라서 $\triangle$ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

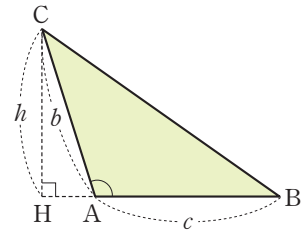
$$S=\frac{1}{2}ch=\frac{1}{2}bc\sin A$$

참고 같은 방법으로 $\triangle$ABC의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C$$

와 같이 구할 수도 있다.

❷ $\angle$A가 둔각인 경우

다음을 통하여 $\angle$A가 둔각인 $\triangle$ABC의 넓이를 구하는 방법을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 변 AB의 연장선에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{\mathrm{CH}}=h$라고 할 때, $\triangle$ABC의 넓이 S를 구하려고 한다.

1 $\angle$CAH를 $\angle$A를 이용한 식으로 나타내 보자.

2 **1**의 결과를 이용하여 직각삼각형 CAH에서 h를 삼각비를 이용한 식으로 나타내 보자.

3 $\triangle$ABC의 넓이 S를 구해 보자.

위의 함께하기에서 $\angle$A가 둔각인 $\triangle$ABC의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}bc\sin(180^\circ-A)$$

임을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 넓이

△ABC에서 두 변의 길이 b, c와 그 끼인각 ∠A의 크기를 알 때, △ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

❶ ∠A가 예각인 경우

$$S=\frac{1}{2}bc\sin A$$

❷ ∠A가 둔각인 경우

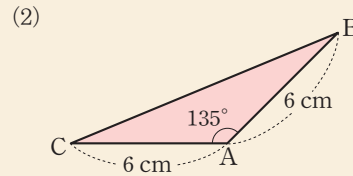
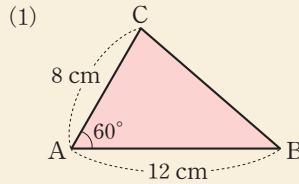
$$S=\frac{1}{2}bc\sin(180^\circ-A)$$

▸ ∠A가 직각인 경우 $\sin A=1$이므로 삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}bc$$

예제 1 다음 △ABC의 넓이를 구하시오.

(1)

(2)

풀이 (1) ∠A는 예각이므로 △ABC의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 60^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times 12\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

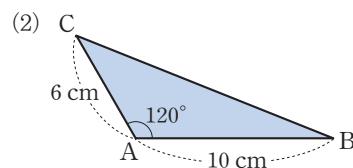
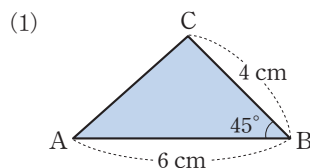
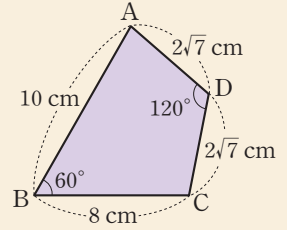
(2) ∠A는 둔각이므로 △ABC의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$$
$$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$$

답 (1) $24\sqrt{3}$ cm^2 (2) $9\sqrt{2}$ cm^2

문제 1 다음 △ABC의 넓이를 구하시오.

(1)

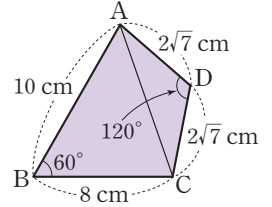
(2)

예제 2 오른쪽 □ABCD의 넓이를 구하시오.

풀이 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 그으면 □ABCD의 넓이 S는

$$S=(\triangle ABC\text{의 넓이})+(\triangle ACD\text{의 넓이})$$

$$=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times \sin 60^\circ$$

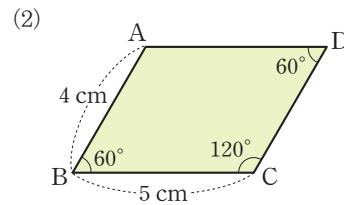
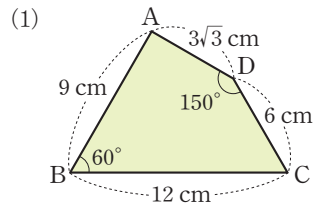
$$+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \sin(180^\circ-120^\circ)$$

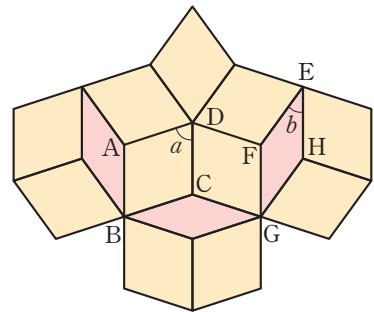
$$=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=20\sqrt{3}+7\sqrt{3}=27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

답 $27\sqrt{3}$ cm²

문제 2 다음 □ABCD의 넓이를 구하시오.

(1)

(2)

문제 해결 창의・융합

한 가지 이상의 도형을 사용하여 빈틈이나 포개짐 없이 평면을 채우는 것을 '쪽매 맞춤'이라고 하는데, 이것을 영어로 '테셀레이션(tessellation)' 또는 '타일링(tiling)'이라고도 한다. 오른쪽 그림은 영국의 어느 수학자가 두 가지의 마름모 모양의 조각을 사용하여 평면을 채운 타일링의 일부이다.

1 $\angle a$와 $\angle b$의 크기를 각각 구해 보자.

2 두 마름모 ABCD와 EFGH의 한 변의 길이가 1일 때, 두 마름모의 넓이를 각각 구해 보자.

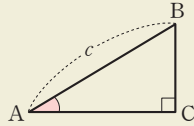
스스로 확인하는 문제

1 길이 구하기

직각삼각형에서 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

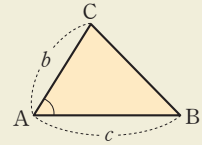
➡ 오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$의 크기와 c의 값을 알 때

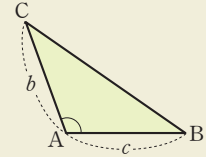
① $\overline{BC}=c\sin A$

② $\overline{AC}=c\cos A$

2 넓이 구하기

삼각형 ABC에서 두 변의 길이 b, c와 그 끼인각 $\angle A$의 크기를 알 때, 삼각형 ABC의 넓이 S는

① $\angle A$가 예각인 경우

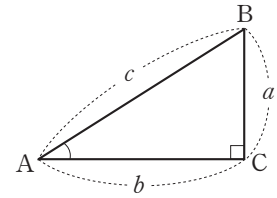
$$S=\frac{1}{2}bc\sin A$$

② $\angle A$가 둔각인 경우

$$S=\frac{1}{2}bc\sin(180°-A)$$

기본 문제

01 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC에 대하여 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $\sin A=\frac{a}{c}$이므로 $a=$ □

(2) $\cos A=\frac{b}{c}$이므로 $b=$ □

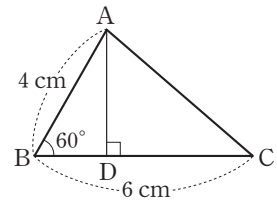
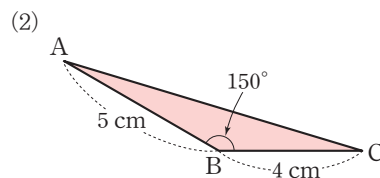
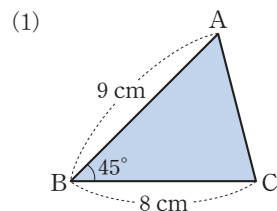
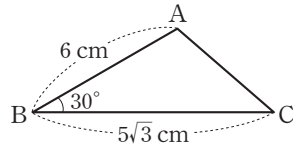
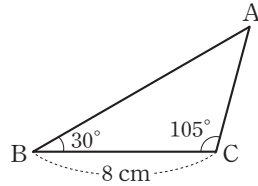
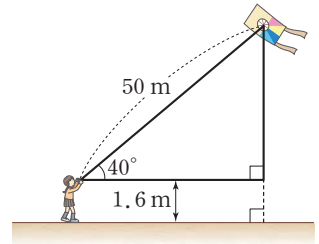
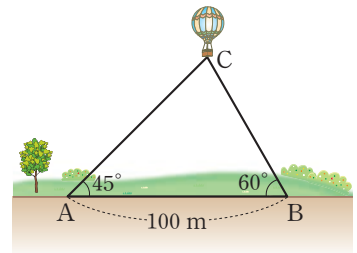
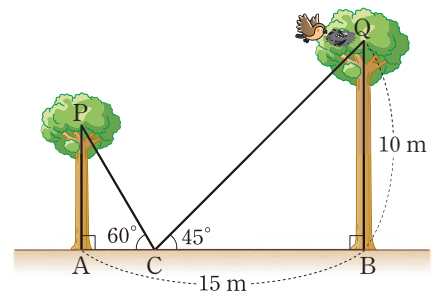
(3) $\tan A=\frac{a}{b}$이므로 $a=$ □

02 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, 다음을 구하시오.

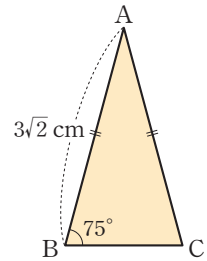
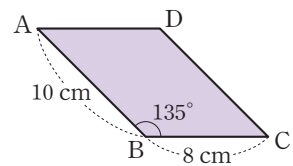
(1) $\overline{AD}$의 길이 (2) $\overline{AC}$의 길이

03 다음 △ABC의 넓이를 구하시오.

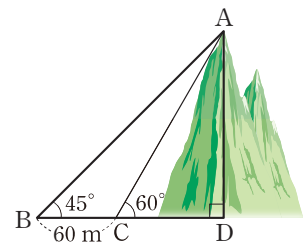
(1)

(2)

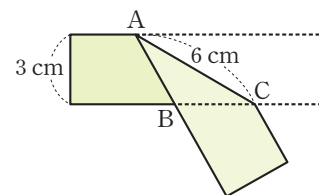
표준 문제

04 다음 △ABC에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.

(1) (2)

05 오른쪽 그림에서 지은이가 연을 올려본각의 크기는 40° 이고, 지은이의 손에서 연까지의 거리는 50 m이다. 지면에서 지은이의 손까지의 높이가 1.6 m일 때, 지면에서 연까지의 높이는 몇 m인지 반올림하여 소수점 아래 첫째 자리까지 구하시오.

06 오른쪽 그림과 같이 두 지점 A와 B에서 하늘에 떠 있는 열기구를 올려본각의 크기가 각각 45°와 60°이다. 두 지점 A와 B 사이의 거리가 100 m일 때, 지면에서 열기구까지의 높이를 구하시오.

07 오른쪽 그림은 A 나무의 꼭대기 P 지점에 있던 새가 지면의 C 지점에 있는 먹이를 잡아서 B 나무의 꼭대기 Q 지점으로 올라간 상황을 나타낸 것이다. B 나무의 높이는 10 m이고, 두 나무 A와 B 사이의 거리가 15 m일 때, 새가 날아간 거리를 구하시오.

(단, 새는 직선으로 날아간다고 하자.)

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

09 오른쪽 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하시오.

발전 문제

10 오른쪽 그림과 같이 60 m 떨어진 두 지점 B와 C에서 이 산의 꼭대기 A 지점을 올려본각의 크기가 각각 45°와 60°이다. 이 산의 높이를 구하시오.

11 문제 해결

오른쪽 그림과 같이 세로의 길이가 3 cm인 직사각형 모양의 종이를 $\overline{AC}$를 접는 선으로 하여 접었더니 $\overline{AC}=6$ cm이었다.

(1) ∠ACB의 크기를 구하시오.

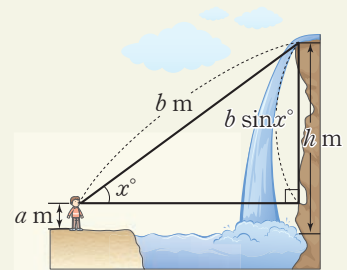
(2) △ABC의 넓이를 구하시오.

폭포의 높이를 측정하려면?

폭포가 있는 지형은 대체로 다른 곳보다 가파르고 험해서 접근하기가 쉽지 않다. 따라서 대부분 근처에서 폭포를 쳐다볼 수밖에 없다. 이런 경우에 폭포의 높이는 어떻게 측정할 수 있을까?

폭포의 높이를 측정하는 방법은 위치에 따라 매우 다양하지만, 우선 측정하는 사람이 폭포의 건너편 아래쪽에 있는 경우에 대하여 알아보자.

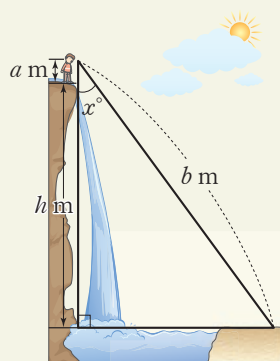
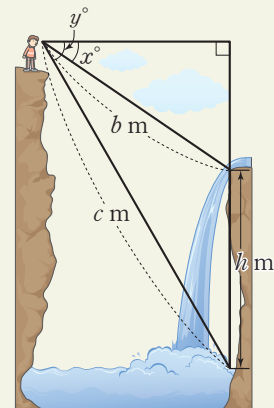
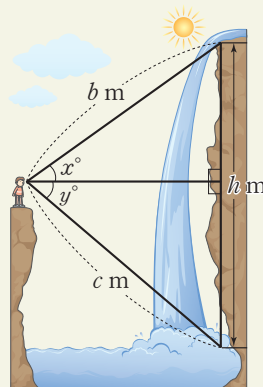
오른쪽 그림과 같이 폭포의 높이를 h m, 측정하는 사람의 눈높이를 a m, 측정하는 사람으로부터 폭포의 시작점까지의 거리를 b m, 폭포를 올려본각의 크기를 $x°$라고 하자. 그러면 삼각비를 사용하여 폭포의 높이를

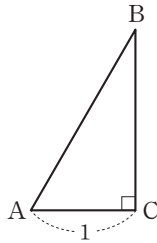
$$h=b\sin x°+a\ (\text{m})$$

와 같이 나타낼 수 있다.

측정하는 사람의 위치가 다음 세 가지 경우일 때, 폭포의 높이 h m를 구해 보자. 이때 측정하는 사람이 건너편을 바라본 거리와 각도는 각각 다음과 같다.

(1) 폭포 위쪽에서 내려 볼 때

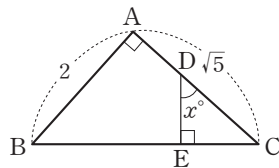
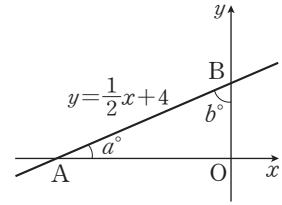
(2) 폭포보다 낮은 건너편 언덕에서 볼 때

(3) 폭포보다 높은 건너편 언덕에서 볼 때

(단, 측정하는 사람의 눈높이는 a m이다.)

단원을 마무리하는 문제

01 오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\tan A=\sqrt{2}$일 때, $\cos A$의 값을 구하시오.

02 $4\sin A-\sqrt{7}=0$일 때, $\tan A\times\cos A$의 값은?

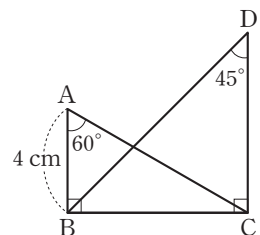
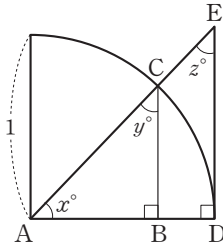
① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{3}$
④ $\sqrt{7}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

03 오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\overline{DE}\perp\overline{BC}$일 때, $\cos x^\circ$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$
③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

04 오른쪽 그림에서 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+4$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\angle BAO=a^\circ$, $\angle ABO=b^\circ$라고 할 때, $\cos a^\circ-\sin b^\circ+\tan b^\circ$의 값을 구하시오.

05 $2\sin 60^\circ-\tan 45^\circ+3\cos 90^\circ-2\sin 0^\circ$의 값은?

① $-\sqrt{3}-1$ ② $-\sqrt{3}+1$ ③ $\sqrt{3}-1$
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}+1$

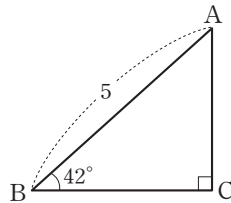
06 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=4$ cm이고 $\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$일 때, $\overline{BD}$의 길이는?

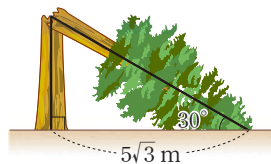
① $\sqrt{6}$ cm ② $2\sqrt{6}$ cm
③ $3\sqrt{6}$ cm ④ $4\sqrt{6}$ cm
⑤ $5\sqrt{6}$ cm

07 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 사분원에서 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

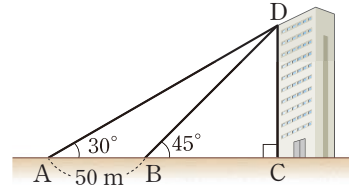
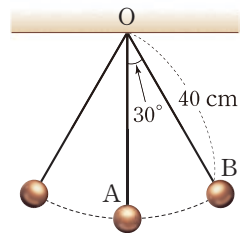
ㄱ. $\sin x^\circ=\overline{BC}$　　ㄴ. $\tan x^\circ=\overline{DE}$

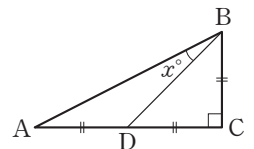
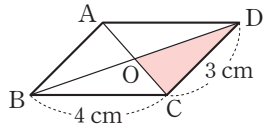
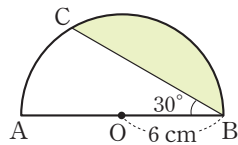
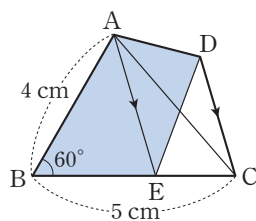
ㄷ. $\tan y^\circ=\overline{AB}$　　ㄹ. $\cos z^\circ=\overline{BC}$

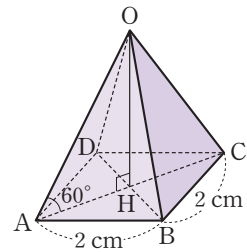
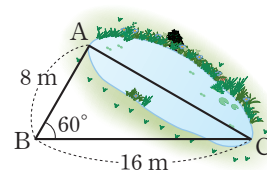
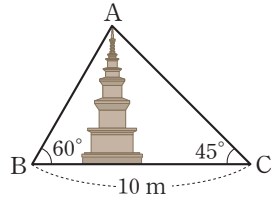
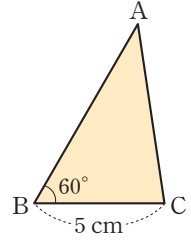
① ㄱ, ㄴ　② ㄴ, ㄷ　③ ㄱ, ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

08 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에 대하여 다음 중에서 $\overline{BC}$의 길이로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $5\sin 42^\circ$　② $5\cos 42^\circ$　③ $5\tan 42^\circ$
④ $5\sin 48^\circ$　⑤ $5\cos 48^\circ$

09 지면에 수직으로 서 있던 나무가 오른쪽 그림과 같이 부러졌다고 할 때, 부러지기 전의 나무의 높이는?

① 11 m　② 12 m　③ 13 m
④ 14 m　⑤ 15 m

10 다음 그림과 같이 50 m 떨어진 두 지점 A, B에서 건물의 꼭대기를 올려본각의 크기가 각각 30°, 45°이었을 때, 이 건물의 높이를 구하시오.

11 오른쪽 그림과 같이 길이가 40 cm인 실에 매달린 추가 좌우로 30°씩 흔들리고 있다. B 지점이 A 지점보다 x cm 위에 있을 때, x의 값은? (단, 추의 크기는 무시한다.)

① $40-20\sqrt{3}$　② $40-10\sqrt{3}$
③ 40　④ $40+10\sqrt{3}$
⑤ $40+20\sqrt{3}$

12 오른쪽 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD}=\overline{DC}=\overline{BC}=2$ cm이고 $\angle ABD=x^\circ$라고 할 때, $\sin x^\circ$의 값을 구하시오.

13 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라고 하자. $\angle A : \angle D = 3 : 1$이고 $\overline{BC} = 4$ cm, $\overline{CD} = 3$ cm일 때, $\triangle OCD$의 넓이를 구하시오.

14 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 반원 O에서 $\angle ABC = 30^\circ$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

15 오른쪽 그림에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$일 때, □ABED의 넓이를 구하시오.

[16~19] 서술형 풀이 과정과 답을 써 보자.

16 오른쪽 그림의 사각뿔은 밑면이 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이고, 옆면이 모두 합동인 이등변삼각형이다. 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\angle OAH = 60^\circ$이다. 이 사각뿔의 부피를 구하시오. (단, 수선의 발 H는 □ABCD의 두 대각선의 교점이다.)

17 오른쪽 그림에서 연못의 두 지점 A와 C 사이의 거리를 구하시오.

18 오른쪽 그림과 같이 10 m 떨어진 두 지점 B, C에서 탑의 꼭대기 A 지점을 올려본각의 크기가 각각 $60°$와 $45°$일 때, 이 탑의 높이를 구하시오.

19 오른쪽 $\triangle ABC$의 넓이가 $10\sqrt{3}\ \text{cm}^2$일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.

자기 평가 정답을 맞힌 문항에 ○표를 하고 결과를 점검한 다음, 이 단원의 학습 목표를 얼마나 성취했는지 스스로 평가하고, 학습 보충 계획을 세워 보자.

문항 번호	학습 목표	성취도
01 02 03 04	삼각비의 뜻을 아는가?	☺ 😐 ☹
05 06 07 08 16	삼각비의 값을 구할 수 있는가?	☺ 😐 ☹
09 10 11 12 17 18	삼각비를 이용하여 길이를 구하는 문제를 해결할 수 있는가?	☺ 😐 ☹
13 14 15 19	삼각비를 이용하여 넓이를 구하는 문제를 해결할 수 있는가?	☺ 😐 ☹

0개~10개 개념 학습이 필요해요! 〉 11개~13개 부족한 부분을 검토해 봅시다! 〉 14개~16개 실수를 줄여 봅시다! 〉 17개~19개 훌륭합니다!

● 학습 보충 계획:

항공기의 착륙과 tan 3°

항공기가 공항에 착륙하려면 활주로가 있는 상공에서 일정한 각도를 유지하고 고도를 낮추어야 하는데, 이때 가장 안전한 착륙 각도는 3°라고 한다. 착륙하려는 항공기는 공항 활주로의 끝부분에 있는 '활공각 지시기(Glide Path)'를 통하여 착륙 각도 3°에 어느 정도 일치하는지를 확인한다.

예를 들어 오른쪽 그림에서

$$\tan 3° = \frac{150}{x}$$

이므로 x의 값은 약 2863임을 알 수 있다.

따라서 현재 고도가 150 m인 항공기가 착륙 각도 3°를 유지하려면 활주로 끝에서 약 2863 m 떨어진 지점에서부터 하강하기 시작해야 한다.

요즘은 관제 기술과 장비가 발달하여 정밀 계기 착륙이 가능해졌기 때문에, 활주로까지 800 m를 남겨 놓고 착륙 각도 3°를 유지해도 된다고 한다.

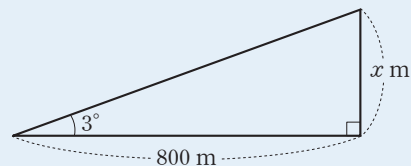
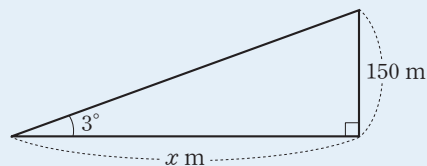
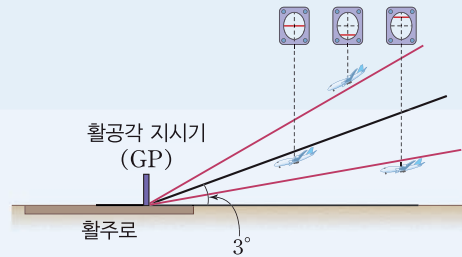
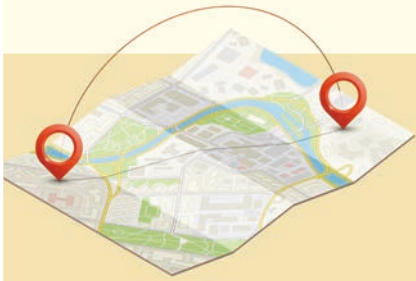
이 경우에 오른쪽 그림에서

$$\tan 3° = \frac{x}{800}$$

이므로 x의 값은 약 42임을 알 수 있다.

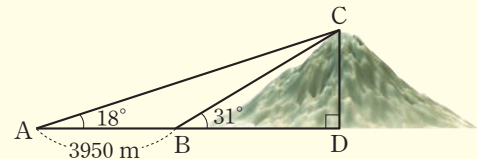
따라서 활주로 끝에서 800 m 떨어진 지점에서 항공기의 고도가 42 m이면 착륙 각도 3°를 유지하며 착륙할 수 있다.

이처럼 항공기가 안전하게 착륙하기 위해서 조종사는 tan 3°의 계산에 익숙해져야 한다. 평상시에는 계기 착륙을 하므로 실제 삼각비의 계산이 필요 없지만, 악천후에는 육안으로 거리를 확인해야 하므로 조종사를 훈련하는 비행 학교에서는 삼각비의 계산과 관련된 내용을 필수 과목으로 가르치고 있다.

(출처: https://pumas.jpl.nasa.gov, 2018)

두 지점 사이의 거리나 산의 높이는 어떻게 측정하나요?

측량사는 국토의 이용과 개발, 건설 공사, 지도 제작을 위한 토지의 형태, 지형선, 위치, 고도 및 넓이 등을 측량합니다. 또한 지형이나 지형선, 구체적 척도에 대한 영역들을 도면화하기 위해 위도, 경도 및 각도와 여러 가지 계산 결과를 분석하기도 합니다. 이와 같이 측량 작업에는 삼각비와 관련된 계산 능력과 공간 판단력 등이 요구되며 작업의 특성상 주의력과 집중력이 중요합니다.

건물·도로·상하수도 등을 건설하거나, 지도를 제작하려면 제일 먼저 그 목적에 따라 토지를 측량해야 합니다. 토목 공사의 경우, 공사의 기준점을 설정하여 구조 요소 간의 위치 관계를 결정하는 것이 필요하며, 토지나 지형 등에 관련된 각종 자료를 측량하고 이를 해석하는 것이 중요합니다. 요즘에는 광학 및 전자 기술의 발달로 전자파나 광파에 의한 측량이 가능하게 되어, 그에 따른 토지 정보, 지리 정보, 시설 정보 등의 관리도 중요한 업무가 되었으며, 이에 필요한 자료를 수집·가공·해석·축적하는 일도 중요하게 인식되고 있습니다.

그런데 토지의 측량에는 삼각비의 원리가 기본이 됩니다.

예를 들어 오른쪽 그림과 같은 지형에서 산의 높이인 선분 CD의 길이를 다음과 같이 계산할 수 있습니다. 먼저, 산으로부터 떨어진 지점 A와 선분 AD 위의 한 지점 B 사이의 거리 $\overline{AB}$를 측정합니다. 그 다음에 두 지점 A와 B에서 C를 올려본각 ∠A와 ∠B의 크기를 각각 측정합니다.

이제 $\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}$인 사실과 삼각비

$$\tan A=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}},\ \tan B=\frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$$

를 이용하면 두 지점 사이의 거리인 $\overline{BD}$의 길이와 산의 높이인 $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있습니다.

(출처: 커리어넷, 2019)